

2003年度 卒業論文

剛体シミュレーションにおける
剛体の床上の静止状態処理の高速化に関する研究

指導教員：渡辺 大地 講師

メディア学部 3DCG アプリケーション構築プロジェクト

学籍番号 00P062

臼井 大介

2003年度 卒業論文概要

論文題目

剛体シミュレーションにおける
剛体の床上の静止状態処理の高速化に関する研究

メディア学部
学籍番号：00P062

氏名

臼井 大介

指導
教員

渡辺 大地 講師

キーワード

剛体シミュレーション、コンピュータグラフィックス、
リアルタイムシミュレーション、高速化

剛体シミュレーションとは、物体が決して変形しない剛体であると仮定して、物理計算を行い剛体の運動をシミュレートするものである。剛体シミュレーションはロボティクスやコンピュータグラフィックスなどの分野で研究がなされている。剛体シミュレーションはゲームや映画などのコンテンツ産業における応用など、さまざまな場面で利用されている。剛体シミュレーションに関してはさまざまな研究がなされており、現在はリアルタイムシミュレーションにおいては撃力ベース法や制約ベース法などが主流となりつつある。

床の上で静止し続ける剛体や、他の剛体と衝突し静止状態を続ける状況を実現する際に、既存手法では剛体に働く力や撃力を求めることで静止状態を実現している。本研究は、既に静止した剛体の静止状態を維持するシミュレーションの実行において、力の計算を省くことで既存手法に比べて高速に実行できる手法を提案する。

最後に、本研究で提案する手法と撃力ベース法との速度比較を行い、複数の剛体が静止状態を維持するような、特定の状況のシミュレーションでは高速化が可能であることを示した。

目次

第1章	はじめに	1
1.1	背景	1
1.2	関連研究	1
1.3	本研究の特徴	2
第2章	基本的な剛体シミュレーション手法	3
2.1	はじめに	3
2.2	剛体の並進移動	3
2.3	剛体の回転	4
2.4	衝突時の撃力	5
第3章	床上の静止状態処理の高速化手法	8
3.1	はじめに	8
3.2	衝突時に行う前処理	8
3.3	剛体の状態の定義	8
3.4	床との衝突による状態の移行	9
3.4.1	鉛直安定への移行	9
3.4.2	回転安定への移行	10
3.5	回転安定な剛体との衝突	11
3.5.1	鉛直安定な剛体と回転安定な剛体との衝突	11
3.5.2	床と平行な辺との衝突	12
第4章	提案手法の評価、検証	14
4.1	実装	14
4.2	提案手法の評価	14
4.2.1	測定環境	14
4.2.2	測定の状況設定	14
4.2.3	プログラムの実行画面	16
4.2.4	測定結果	16
4.2.5	測定結果の検証	18
4.3	シミュレーション結果画像	18
4.3.1	1つの剛体の床との衝突	18

4.3.2	鉛直不安定な剛体同士の衝突	19
4.3.3	鉛直安定な剛体同士の衝突	20
4.3.4	回転安定な剛体と鉛直不安定な剛体との衝突	21
4.3.5	鉛直安定な剛体と鉛直不安定な剛体の衝突	22
4.3.6	回転安定な剛体と鉛直安定な剛体との衝突	22
4.3.7	回転安定な剛体同士の衝突	23
4.4	まとめ	24
	謝辞	26
	参考文献	27

目 次

3.1	剛体の床との衝突の状態	9
3.2	回転安定となる場合	11
3.3	鉛直安定となる場合	11
3.4	衝突の状態 1	12
3.5	衝突の状態 2	12
3.6	床と平行な辺と衝突した場合	13
4.1	剛体の初期位置	15
4.2	剛体が重なり静止していく状態	15
4.3	全ての剛体が静止する状態	16
4.4	実行画面	16
4.5	速度比較結果のグラフ	17
4.6	1つの剛体の床との衝突	19
4.7	鉛直不安定な剛体同士の衝突	20
4.8	回転安定な剛体と鉛直安定な剛体との衝突	21
4.9	衝突後に重ならない場合	21
4.10	衝突後に重なる場合	22
4.11	鉛直安定な剛体と鉛直不安定な剛体の衝突	22
4.12	回転安定な剛体と鉛直安定な剛体との衝突	23
4.13	重ならず衝突する場合	23
4.14	上に重なっている剛体が左方向に移動する場合:1	24
4.15	上に重なっている剛体が左方向に移動する場合:2	24

第 1 章

はじめに

1.1 背景

近年、仮想の 3 次元空間上で、キャラクターや自動車、ロボットをリアルタイムに操作するような、リアルタイム 3DCG 技術がさまざまな場面で用いられるようになった。これらの現実感のある画像の生成には、レンダリングのような描画処理の部分と、3 次元空間内の物体の移動処理や変形処理などに関わる部分の二つに大きく分かれる。後者において、現実の世界を表現する有用な手段の一つとして剛体シミュレーションと呼ばれる手法が存在する。

剛体シミュレーションでは、個々の物体が決して変形しない物体、すなわち剛体であるという仮定のもとに物理計算を行いシミュレーションを実行していく。この手法は、映画の部分的な CG シーンや CG アニメーション、コンピュータゲーム等の CG 表現において、物理法則に従ったリアリティのある物体の運動を表現する際に、個々の物体を剛体としても問題が無いような場面でよく使用されており、その需要は年々高まっている。

1.2 関連研究

剛体シミュレーションで問題となるのは剛体同士の衝突後の運動の扱いである。剛体同士の衝突においては一瞬で相互作用が終わる衝突と、衝突後に接触を続けてお互いの相互作用を長時間に渡って続ける衝突の 2 つがある。既存の剛体シミュレーション手法としては、ペナルティ法、撃力ベース法、制約ベース法などがある。

ペナルティ法 [1] [2] [3] [4] とは、物体同士が衝突した際に、めり込んだ値に比例する力 (ペナルティ力) を適用させて衝突後の挙動を得る手法である。ペナルティ力の計算コストは低いため、リアルタイム処理に向いているが、シミュレーションのステップ幅を小さな値にしなければ、場合によっては静止するはずの剛体が振動する。振動すると見た目のリアリティが失われるため、デメリットとなる。

撃力ベース手法 [5] [6] [7] は、全ての衝突を撃力によって実現するものである。撃力の計算コストは低いため、この手法もリアルタイム処理に向いているのだが、衝突後に接触を続けてお互いの相互作用を長時間に渡って続ける 衝突の扱いを、シミュレーションステップを小さくして微小の衝突を繰り返すことで実現するため、場合によってはシミュレーションの速度が遅くなる。撃力ベース法では、力学的手法によってシミュレーションを行うため、ペナルティ法に比べて物理的に正確な挙動が期待できるため、ペナルティ法に比べて汎用性が高い。

制約ベース法 [8] [9] [10] [11] [12] [13] [14] は、衝突後に接触を続けてお互いの相互作用を長時間に渡って続ける衝突を、物理的な制約条件問題として、これを解析的に解くことで、剛体の挙動を求める手法である。制約ベース法は衝突している複数の頂点から生じる抗力を一度に求めるため、衝突後に接触し続ける場合の衝突において、衝突後に振動しない。しかし、制約ベース法は計算コストが高く、衝突点が多い場合はリアルタイム処理に向いていない。

1.3 本研究の特徴

本研究では、リアルタイムに動作し、かつ汎用性が高い撃力ベース手法を主体として用いた。床の上で静止し続ける剛体や、他の剛体と衝突し静止状態を続ける状況を実現する際に、撃力ベース法では剛体に働く撃力を求めることで静止状態を実現している。本研究では、既に静止した剛体の静止状態を維持するシミュレーションの実行において、撃力の計算を省くことで既存の撃力ベース手法に比べて高速に実行できる手法を提案する。

第 2 章

基本的な剛体シミュレーション手法

2.1 はじめに

以降では、 xyz 軸を持つ 3 次元空間において、剛体の運動および剛体に生じる力は 2 次元上の xy 平面のみに存在することと仮定し、剛体の基本的なシミュレーション手法について述べる。

2.2 剛体の並進移動

質点の運動方程式を前提として、 Δt 秒後の剛体の位置を導く。 M を剛体の質量、時間を t 、 $\mathbf{A}(t)$ を時刻 t の剛体の加速度ベクトル、 $\mathbf{F}_k(t)$ を剛体に働く力ベクトルとする。力と加速度の関係から

$$M\mathbf{A}(t) = \sum \mathbf{F}_k(t) \quad (2.1)$$

である。

$\mathbf{X}(t)$ を剛体の位置ベクトル、 $\mathbf{V}(t)$ を剛体の速度ベクトルとすると、剛体の位置、速度と加速度の関係は

$$\mathbf{A}(t) = \frac{d\mathbf{V}(t)}{dt} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{V}(t) = \frac{d\mathbf{X}(t)}{dt} \quad (2.3)$$

である。

以上の運動方程式をオイラー法によって解くと Δt 秒後の剛体の速度、および位置は次のように得られる。

$$\mathbf{V}(t + \Delta t) = \mathbf{V}(t) + \mathbf{A}(\Delta t)\Delta t = \mathbf{V}(t) + \frac{\sum \mathbf{F}_k(t)}{M}\Delta t \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(t + \Delta t) &= \mathbf{X}(t) + \mathbf{V}(t + \Delta t)\Delta t \\ &= \mathbf{X}(t) + \left(\mathbf{V}(t) + \frac{\sum \mathbf{F}_k(t)\Delta t}{M}\right)\Delta t \end{aligned} \quad (2.5)$$

となる。これによって、 Δt 秒後の質点の位置を力から求めることが出来る。また、 $\sum \mathbf{F}_k(t)\Delta t$ は力積である。

2.3 剛体の回転

時刻 t における、剛体の重心周りの回転角を $\phi(t)$ 、角速度を $\omega(t)$ 、慣性モーメントを I 、力のモーメントを N 、重心から着点までのベクトルを \mathbf{r} とし、 $\mathbf{F}(t)$ を着点に生じた力ベクトルとする。力のモーメントと力の関係は

$$\mathbf{N} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}(t) \quad (2.6)$$

である。

剛体の慣性モーメントと力のモーメントの関係および、角速度と回転角の関係は

$$I \frac{d\omega(t)}{dt} = N_z \quad (2.7)$$

$$\omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (2.8)$$

である。以上の運動方程式をオイラー法によって解くと、 Δt 秒後の剛体の角速度、及び回転角は次のように得られる。

$$\omega(t + \Delta t) = \omega(t) + \frac{N_z}{I}\Delta t \quad (2.9)$$

$$\phi(t + \Delta) = \phi(t) + \omega(t + \Delta t)\Delta t \quad (2.10)$$

$$= \phi(t) + \left(\omega(t) + \frac{N_z}{I}\Delta t\right)\Delta t \quad (2.11)$$

となる。これによって Δt 秒後の回転角を力から求めることが出来る。

2.4 衝突時の撃力

ここでは、2つの剛体 a, b の衝突時に両者が互いに働かせる力、すなわち撃力の力積を求める。剛体 a の質量を M_a 、衝突前の速度を \mathbf{V}_{a1} 、衝突後の速度を \mathbf{V}_{a2} 、衝突前の角速度を ω_{a1} 、衝突後の角速度を ω_{a2} 、慣性モーメントを I_a 、重心から撃力の着点へのベクトルを \mathbf{r}_a とし、剛体 b の質量を M_b 、衝突前の速度を \mathbf{V}_{b1} 、衝突後の速度を \mathbf{V}_{b2} 、衝突前の角速度を ω_{b1} 、衝突後の角速度を ω_{b2} 、慣性モーメントを I_b 、重心から撃力の着点へのベクトルを \mathbf{r}_b とする。また、衝突時の撃力は衝突した辺の法線方向に働くと仮定する。

ここで衝突前の運動エネルギーの総和を T_1 、衝突後の運動エネルギーの総和を T_2 とすると T_1 、 T_2 はそれぞれ次式で与えられる。

$$T_1 = \frac{1}{2}M_a|\mathbf{V}_{a1}|^2 + \frac{1}{2}M_b|\mathbf{V}_{b1}|^2 + \frac{1}{2}I_a\omega_{a1}^2 + \frac{1}{2}I_b\omega_{b1}^2 \quad (2.12)$$

$$T_2 = \frac{1}{2}M_a|\mathbf{V}_{a2}|^2 + \frac{1}{2}M_b|\mathbf{V}_{b2}|^2 + \frac{1}{2}I_a\omega_{a2}^2 + \frac{1}{2}I_b\omega_{b2}^2 \quad (2.13)$$

このとき力学的エネルギー保存則より、次式が成り立つ。

$$T_1 = T_2 \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}M_a|\mathbf{V}_{a1}|^2 + \frac{1}{2}M_b|\mathbf{V}_{b1}|^2 + \frac{1}{2}I_a\omega_{a1}^2 + \frac{1}{2}I_b\omega_{b1}^2 \\ = \frac{1}{2}M_a|\mathbf{V}_{a2}|^2 + \frac{1}{2}M_b|\mathbf{V}_{b2}|^2 + \frac{1}{2}I_a\omega_{a2}^2 + \frac{1}{2}I_b\omega_{b2}^2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

撃力の働く直前の時間を t_1 、直後の時間を t_2 とする。a に働く撃力を \mathbf{F}_a 、b に働く \mathbf{F}_b とし \mathbf{P}'_a 、 \mathbf{P}'_b を \mathbf{F}_a 、 \mathbf{F}_b の力積とする。また撃力は衝突した辺に垂直に働くものとする。力と力積の関係から

$$\mathbf{P}'_a = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}(t)_a dt \quad (2.16)$$

$$\mathbf{P}'_b = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}(t)_b dt \quad (2.17)$$

である。

運動量の変化と物体の受ける力積の関係から

$$M_a\mathbf{V}_{a2} - M_a\mathbf{V}_{a1} = \mathbf{P}'_a \quad (2.18)$$

$$M_b\mathbf{V}_{b2} - M_b\mathbf{V}_{b1} = \mathbf{P}'_b \quad (2.19)$$

である。

作用反作用の法則から

$$\mathbf{P}'_a = -\mathbf{P}'_b \quad (2.20)$$

である。

力と角速度の関係から

$$I_a\omega_{a2} - I_a\omega_{a1} = |\mathbf{r}_a \times \mathbf{P}'_a| \quad (2.21)$$

$$I_b\omega_{b2} - I_b\omega_{b1} = |\mathbf{r}_b \times \mathbf{P}'_b| \quad (2.22)$$

である。

式(2.18)、(2.19)より

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{a2} &= \mathbf{V}_{a1} + \frac{\mathbf{P}'_a}{M_a} \\ \mathbf{V}_{b2} &= \mathbf{V}_{b1} + \frac{\mathbf{P}'_b}{M_b} \\ &= \mathbf{V}_{b1} - \frac{\mathbf{P}'_a}{M_b} \end{aligned} \quad (2.23)$$

式(2.21)、(2.22)より

$$\begin{aligned} \omega_{a2} &= \omega_{a1} + \frac{|\mathbf{r}_a \times \mathbf{P}'_a|}{I_a} \\ \omega_{b2} &= \omega_{b1} + \frac{|\mathbf{r}_b \times \mathbf{P}'_b|}{I_b} \\ &= \omega_{b1} - \frac{|\mathbf{r}_b \times \mathbf{P}'_a|}{I_b} \end{aligned} \quad (2.24)$$

式(2.23)、(2.24)を式(2.13)に代入して

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{1}{2}M_a |\mathbf{V}_{a2}|^2 + \frac{1}{2}M_b |\mathbf{V}_{b2}|^2 + \frac{1}{2}I_a\omega_{a2}^2 + \frac{1}{2}I_b\omega_{b2}^2 \\ &= \frac{1}{2}M_a \left| \mathbf{V}_{a1} + \frac{\mathbf{P}'_a}{M_a} \right|^2 + \frac{1}{2}M_b \left| \mathbf{V}_{b1} - \frac{\mathbf{P}'_a}{M_b} \right|^2 + \frac{1}{2}I_a \left(\omega_{a1} + \frac{|\mathbf{r}_a \times \mathbf{P}'_a|}{I_a} \right)^2 + \frac{1}{2}I_b \left(\omega_{b1} - \frac{|\mathbf{r}_b \times \mathbf{P}'_a|}{I_b} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} \left(M_a |\mathbf{V}_{a1}|^2 + \frac{|\mathbf{P}'_a|^2}{M_a} + 2\mathbf{V}_{a1} \cdot \mathbf{P}'_a + M_b |\mathbf{V}_{b1}|^2 + \frac{|\mathbf{P}'_a|^2}{M_b} - 2\mathbf{V}_{b1} \cdot \mathbf{P}'_a \right. \\ &\quad \left. + I_a\omega_{a1}^2 + \frac{|\mathbf{r}_a \times \mathbf{P}'_a|^2}{I_a} + 2\omega_{a1}|\mathbf{r}_a \times \mathbf{P}'_a| + I_b\omega_{b1}^2 + \frac{|\mathbf{r}_b \times \mathbf{P}'_a|^2}{I_b} - 2\omega_{b1}|\mathbf{r}_b \times \mathbf{P}'_a| \right) \end{aligned} \quad (2.25)$$

となる。

これが T_1 と等しいので

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(M_a|\mathbf{V}_{a1}|^2 + \frac{|\mathbf{P}'_a|^2}{M_a} + 2\mathbf{V}_{a1} \cdot \mathbf{P}'_a + M_b|\mathbf{V}_{b1}|^2 + \frac{|\mathbf{P}'_a|^2}{M_b} - 2\mathbf{V}_{b1} \cdot \mathbf{P}'_a \\ & + I_a\omega_{a1}^2 + \frac{|\mathbf{r}_a \times \mathbf{P}'_a|^2}{I_a} + 2\omega_{a1}|\mathbf{r}_a \times \mathbf{P}'_a| + I_b\omega_{b1}^2 + \frac{|\mathbf{r}_b \times \mathbf{P}'_a|^2}{I_b} - 2\omega_{b1}|\mathbf{r}_b \times \mathbf{P}'_a|) \\ & = \frac{1}{2}(M_a|\mathbf{V}_{a1}|^2 + M_b|\mathbf{V}_{b1}|^2 + I_a\omega_{a1}^2 + I_b\omega_{b1}^2) \quad (2.26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\frac{1}{M_a} + \frac{1}{M_b})|\mathbf{P}'_a|^2 + 2(\mathbf{V}_{a1} \cdot \mathbf{P}'_a - \mathbf{V}_{b1} \cdot \mathbf{P}'_a) \\ & + (\frac{1}{I_a} + \frac{1}{I_b})|\mathbf{r}_a \times \mathbf{P}'_a|^2 + 2(\omega_{a1}|\mathbf{r}_a \times \mathbf{P}'_a| - \omega_{b1}|\mathbf{r}_b \times \mathbf{P}'_a|) = 0 \quad (2.27) \end{aligned}$$

ここで、力積の単位ベクトル \mathbf{n} を以下のように定義する。

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{P}'_a}{|\mathbf{P}'_a|} \quad (2.28)$$

$$\mathbf{P}'_a = |\mathbf{P}'_a|\mathbf{n} \quad (2.29)$$

撃力は衝突した辺の法線方向に働くと仮定しているため、 \mathbf{n} は衝突した辺の法線方向の単位ベクトルである。

式 (2.29) を式 (2.27) に代入して

$$\begin{aligned} & (\frac{1}{M_a} + \frac{1}{M_b})|\mathbf{P}'_a|^2 + 2(\mathbf{v}_{a1} \cdot \mathbf{n} - \mathbf{v}_{b1} \cdot \mathbf{n})|\mathbf{P}'_a| \\ & + (\frac{1}{I_a} + \frac{1}{I_b})|\mathbf{r}_a \times \mathbf{n}||\mathbf{P}'_a|^2 + 2(\omega_{a1}|\mathbf{r}_a \times \mathbf{n}| - \omega_{b1}|\mathbf{r}_b \times \mathbf{n}|)|\mathbf{P}'_a| \\ & = (\frac{1}{M_a} + \frac{1}{M_b} + \frac{|\mathbf{r}_a \times \mathbf{n}|}{I_a} + \frac{|\mathbf{r}_a \times \mathbf{n}|}{I_b})|\mathbf{P}'_a|^2 \\ & + 2(\mathbf{v}_{a1} \cdot \mathbf{n} - \mathbf{v}_{b1} \cdot \mathbf{n} + \omega_{a1}|\mathbf{r}_a \times \mathbf{n}| - \omega_{b1}|\mathbf{r}_b \times \mathbf{n}|)|\mathbf{P}'_a| \quad (2.30) \end{aligned}$$

$|\mathbf{P}'_a| \neq 0$ より

$$|\mathbf{P}'_a| = \frac{2(\mathbf{v}_{b1} \cdot \mathbf{n} - \mathbf{v}_{a1} \cdot \mathbf{n} + \omega_{b1}|\mathbf{r}_b \times \mathbf{n}| - \omega_{a1}|\mathbf{r}_a \times \mathbf{n}|)}{\frac{1}{M_a} + \frac{1}{M_b} + \frac{|\mathbf{r}_a \times \mathbf{n}|}{I_a} + \frac{|\mathbf{r}_a \times \mathbf{n}|}{I_b}} \quad (2.31)$$

これによって、2つの剛体の衝突時の力積を求めることができ、衝突後の剛体の挙動を求めることができる。

第 3 章

床上の静止状態処理の高速化手法

3.1 はじめに

以降では 2 次元上の、2 つの剛体の床上のシミュレーション手法について述べる。また剛体の形状は凸多角形とする。

また、本研究ではシミュレーションで使用する床を、空間に固定された巨大な剛体であると仮定した。

3.2 衝突時に行う前処理

剛体同士の衝突判定に関しては、剛体の 1 つの頂点が、他の剛体の内部に存在する場合に衝突を検出するという手法を用いた。剛体同士の衝突を検出した場合に、両者をめり込みの分だけ引き離すことで衝突におけるめり込みを非常に小さくする処理を行った。また、本研究では 2 つの剛体が衝突した場合に、衝突した辺の法線方向の相対速度が閾値よりも大きな場合は衝突時の撃力から衝突後の剛体の挙動を得、小さな場合は接触し続ける場合として処理した。

3.3 剛体の状態の定義

現実の世界では、床と衝突した物体はいずれ静止する。また、床上で静止した物体に衝突した物体もいずれ静止する。つまり、床を基準として物体は静止していく。このことを参考に、本研究では床を基準として剛体の状態を次に述べる 3 つの状態に分けて考える。まず剛体のある 1 点が床に接触し、その点が鉛直方向に移動しない状態。次に、2 点以上の頂点が床に接触しており、剛体が回転せずまた鉛直方向にも移動しない状態。最後に、剛体のどの点も鉛直方向に移動する状態の 3 つの状態を考える。

剛体の頂点のある1点が床に接触し、その点が鉛直方向に移動しない状態を鉛直安定状態とする。剛体の頂点のある2点が床と接触しており、剛体が回転しない状態を回転安定状態とする。剛体のどの点も自由に移動できる状態を鉛直不安定状態とする。

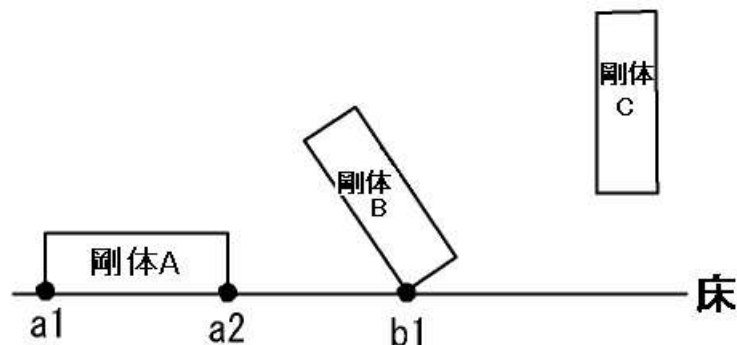


図 3.1: 剛体の床との衝突の状態

図 3.1は剛体 A, 剛体 B、剛体 C の3つの剛体の図であり、 a_1 、 a_2 は剛体 A の床と接触する頂点の座標であり、 b_1 は 剛体 B の床と接触する頂点の座標である。図 3.1において剛体 A は回転安定、剛体 B は鉛直安定、剛体 C は鉛直不安定である。

本研究では、上記で定義した剛体の状態に応じて、静止している剛体の鉛直方向の力の計算を省くなど特別な処理を施した。また、剛体同士の衝突においては、ある状態の剛体が、回転安定な 剛体に衝突した場合に特別な処理を施した。

3.4 床との衝突による状態の移行

3.4.1 鉛直安定への移行

剛体が床と1つの頂点で接触し続ける場合は、剛体の運動は床と接触しながらの回転運動と、床と水平方向の並進運動に限られる。この状況をシミュレートするために本研究では以下のように処理した。

1つの剛体が床と1つの頂点で接触し続ける場合は、剛体の状態を鉛直安定な状態に移行した。鉛直安定に移行した剛体は、剛体の鉛直方向の並進運動を静止さ

せ、以降の運動は、回転運動と、床と水平方向の並進運動に限定した。剛体の回転運動の際には、床と衝突している頂点を回転の中心とした。

3.4.2 回転安定への移行

床と2点以上で剛体が床と接触し続けるときは、剛体が回転する場合と回転しない場合の2つがある。回転する場合と回転しない場合の場合分けを次のようにして行った。

床と衝突している頂点の座標を P_0, P_1, \dots, P_n とし、 $P_i = (x_i, y_i)$ とする。 x_{\max}, x_{\min} を以下のように定義する。

$$x_{\max} = \max(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$x_{\min} = \min(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

剛体の重心の座標を c とし、 $c = (c_x, c_y)$ とする。このとき

$x_{\min} < c_x < x_{\max}$ のときは剛体は回転しない場合とし、剛体の状態を回転安定に移行するものとした。

$c_x < x_{\min}$ の時は剛体は回転する場合とし、剛体の状態を鉛直安定に移行するものとし、回転の中心を x_{\min} とした。

$c_x > x_{\max}$ の時は剛体は回転する場合とし、剛体の状態を鉛直安定に移行するものとし、回転の中心を x_{\max} とした。

回転安定な状態に移行した剛体は、鉛直方向の並進運動と回転運動を止め、他の剛体と衝突するまで、鉛直方向の力の計算を省いた。

剛体が回転する場合と、回転しない場合の例を図 3.2、図 3.3 に示す。図 3.2、図 3.3 の c は剛体の重心の座標であり、 a 、 b は剛体 A の床と接触している頂点の座標である。図 3.2 は剛体 A が床と2つの頂点で接触し続け、かつ回転しない場合である。また図 3.3 は床と2つの頂点で衝突し、衝突後に回転する場合である。

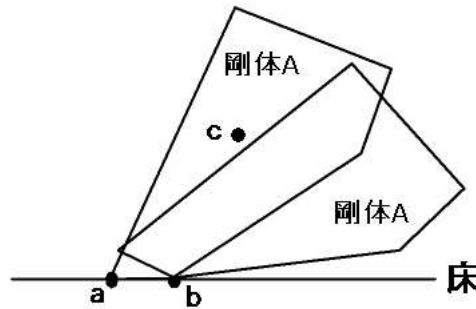
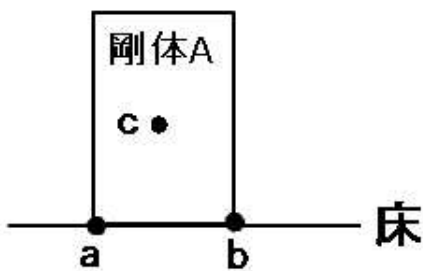
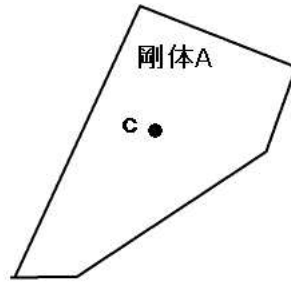
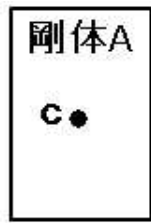


図 3.2: 回転安定となる場合

図 3.3: 鉛直安定となる場合

3.5 回転安定な剛体との衝突

本研究では、剛体同士の衝突において、回転安定な剛体と衝突した場合のみ特別な処理を行った。

3.5.1 鉛直安定な剛体と回転安定な剛体との衝突

鉛直安定な剛体と回転安定な剛体との衝突において、3.2で述べた相対速度と閾値との判別によって、衝突後に接触し続ける場合は、さらに両方の剛体を静止する場合と静止しない場合を判別し、静止する場合に両方の剛体を静止するものとした。両方の剛体が静止する場合と静止しない場合の判別は以下のようにした。鉛直安定な剛体の重心の x 座標を a_x 、回転安定な剛体との衝突点の x 座標を b_x 、床との衝突点の x 座標を c_x とする。

衝突の状態が

$$(b_x - c_x)(a_x - c_x) > 0 \quad (3.1)$$

の場合に、両方の剛体を静止するものとした。

静止する場合の衝突の例を図 3.4、図 3.5 に示す。図 3.4、図 3.5 において、剛体 A は鉛直安定、剛体 B は回転安定であり、a は剛体 A の重心の座標、b は剛体 A と剛体 B の衝突点の座標、c は剛体 A の床と接触する頂点の座標である。a の x 座標を a_x 、b の x 座標を b_x 、c の x 座標を c_x とすると、図 3.4、図 3.5 では、 $(b_x - c_x)(a_x - c_x) > 0$ となり、両方の剛体を静止する場合の衝突の図である。

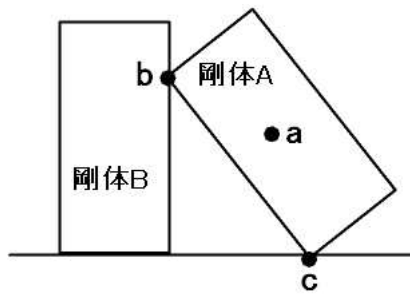


図 3.4: 衝突の状態 1

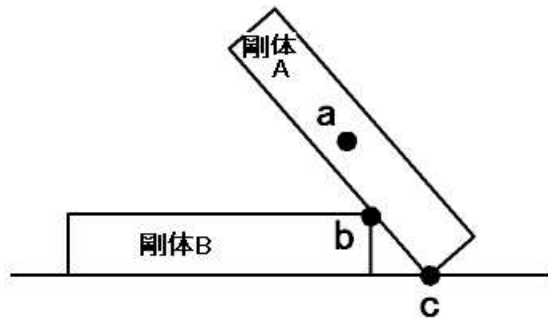


図 3.5: 衝突の状態 2

3.5.2 床と平行な辺との衝突

鉛直不安定な剛体が、回転安定な剛体の床と平行な辺に衝突した場合は、その辺を床と同様に扱い衝突後の剛体の挙動を実現した。このとき剛体の状態変化についても、床と同様に扱う。部分的に仮定した床との衝突の例を図 3.6 に示す。図 3.6 は鉛直不安定な剛体 A が回転安定な剛体 B の床と水平な辺と衝突した状態を示した。

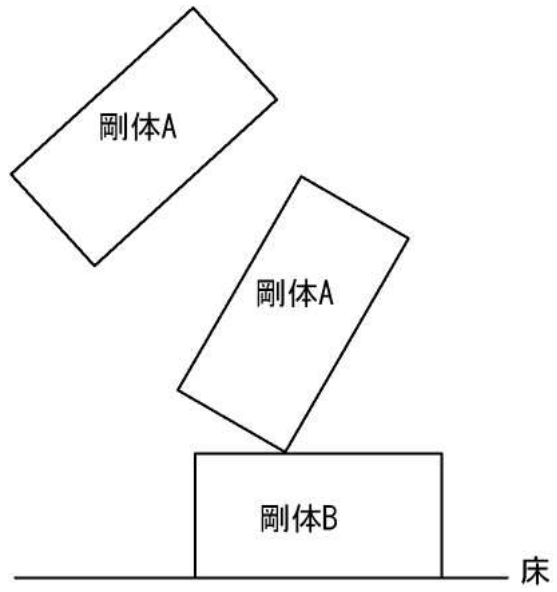


図 3.6: 床と平行な辺と衝突した場合

第 4 章

提案手法の評価、検証

4.1 実装

実装では、形状に直方体を用いたが、実装内部では 2 次元の形状が四角形として処理した。また、実装は FKTK [15] ライブラリを用いて C++ 言語によって記述した。

4.2 提案手法の評価

シミュレーションの評価として、本手法と撃力ベース法との速度比較を行う。評価方法として、複数の長方形が空中から回転せずに落下し、次々に重なる状況を想定しシミュレーションの実行速度の比較を行った。

4.2.1 測定環境

測定は以下のような環境で行った。

- CPU:Pentium4 1.50Ghz
- メモリ : 512MB
- OS : WindowsXP

4.2.2 測定の状況設定

測定では次のような状況を設定した。剛体は、縦の長さ 50、横の長さ 100 の長方形とする。次に、剛体が 10 個の場合の測定方法を図を用いて説明する。図 4.1は

剛体の初期位置を示した概念図である。5つの剛体のセットを2つ用意し、それぞれA,Bとする。Aに含まれる5つの剛体をA1,A2,A3,A4,A5とし、Bに含まれる5つの剛体をB1,B2,B3,B4,B5とする。剛体の初期位置は図4.1のように各セットの剛体を床より上の位置に、一定間隔ごとに縦に並べることとする。この状態から全ての剛体を自由落下させ、時間の経過とともに、全ての剛体が積み重なり静止する状況を設定する。

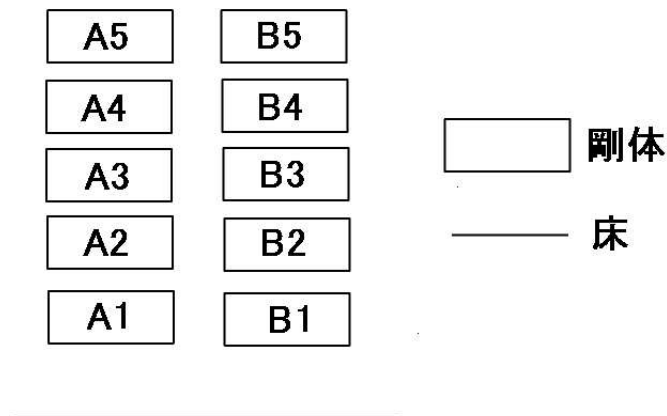


図 4.1: 剛体の初期位置

図 4.2に、初期状態から時間が経過し、その結果A1とB1が床と衝突して静止し、さらにA2とB2がそれぞれA1とA2の上に重なり静止する状態を示す。

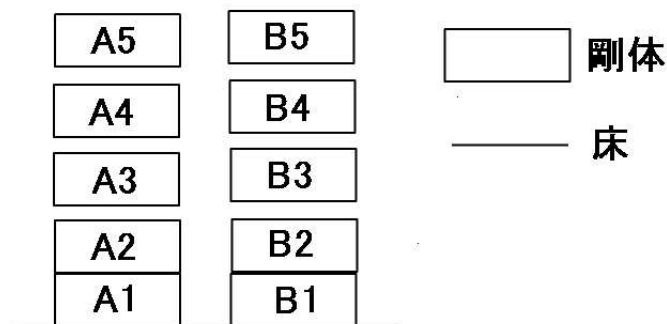


図 4.2: 剛体が重なり静止していく状態

図 4.3に、初期状態の時点から時間が経過した結果、全ての剛体が静止する状態

を示す。

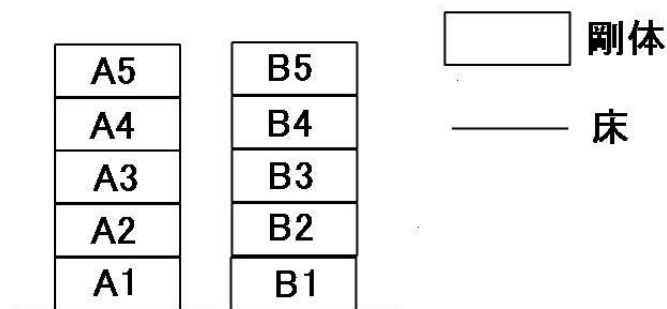


図 4.3: 全ての剛体が静止する状態

4.2.3 プログラムの実行画面

図 4.4に測定に用いたプログラムの実行画面のキャプチャ画像を剛体数が 20 個の場合を例として示す。図 4.4において、初期状態が一番左の画像とし、時間経過にしたがって、左から右に画像を配置した。

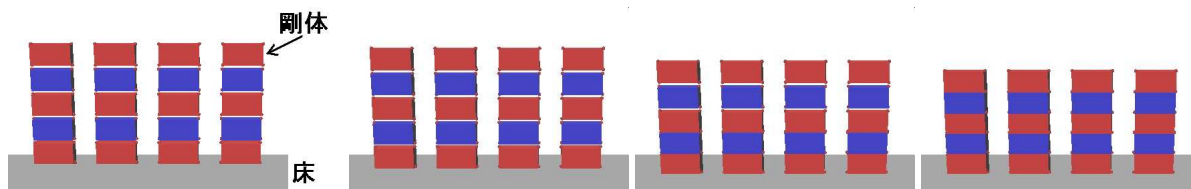


図 4.4: 実行画面

4.2.4 測定結果

以上の条件のもとで、静止状態を含む剛体の運動の計算処理にかかった時間の測定を行った。以下の表 4.1は撃力ベース法と本手法の剛体の運動処理にかかった計算時間の表である。測定では、1 フレームの処理を 100 回繰り返した時の 500 フレーム計算する際の剛体の運動処理にかかった時間を計測した。図 4.5は表 4.1をグラフにしたものである。また、タイマーの精度は 10ms である。

表 4.1: 撃力ベース法と本手法との計算時間の比較

手法の種類	剛体の個数				
	5	20	50	80	100
撃力ベース法	709	2966	7415	11863	14818
本手法	312	1251	3080	4830	6161

単位 (ms)

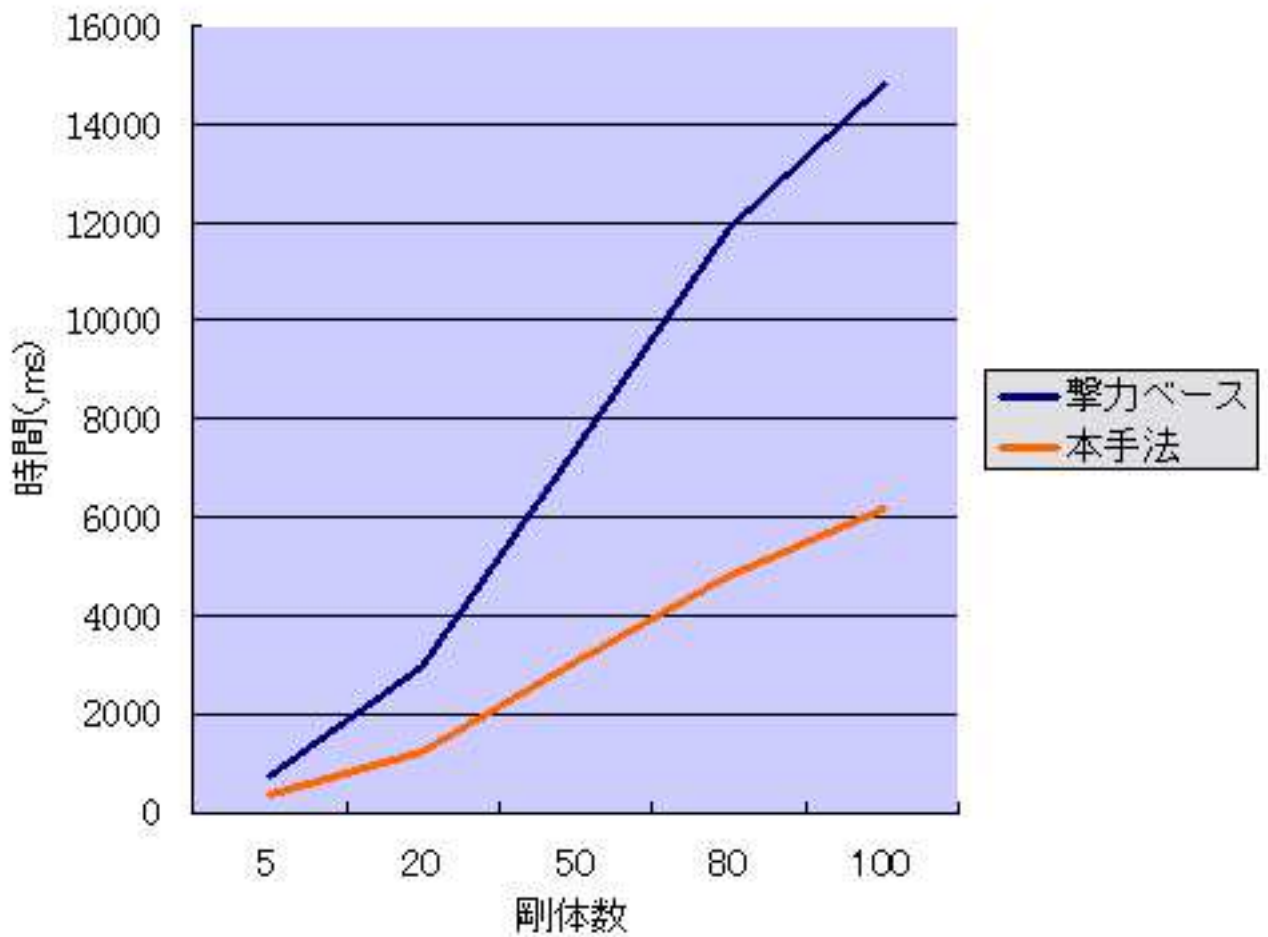


図 4.5: 速度比較結果のグラフ

4.2.5 測定結果の検証

剛体が静止しつづける状態を実現する際に、本研究で提案した手法を用いると、撃力ベース手法に比べて計算時間が半分程度となり、計算コストの低下が認められた。

4.3 シミュレーション結果画像

本研究では、剛体を床との衝突の状態に基いて、鉛直安定、鉛直不安定、回転安定という3つの状態に分けた。2つの剛体の衝突において、考えられる衝突の組み合わせは、鉛直安定同士の衝突、鉛直不安定同士の衝突、回転安定同士の衝突、鉛直安定と鉛直不安定の衝突、鉛直安定と回転安定の衝突、鉛直不安定と回転安定の衝突の6つのパターンが存在する。本研究で実装した剛体シミュレーションプログラムにおいて、この6つのパターンの衝突の実行画面のキャプチャ画像と、鉛直不安定な1つの剛体が床と衝突し静止するまでのキャプチャ画像を以降に貼り付ける。本研究で提案した手法により、以降のようなシミュレーションを実現できた。

4.3.1 1つの剛体の床との衝突

図4.6は、ひとつの剛体の床との衝突のシミュレーション結果の画像を時間経過に従って貼り付けたものである。各画像の下の数字がその画像を示す番号であり、この値の小さなものから大きなものに行くに従って、時間が経過していく様子を示している。

図4.6において1は、初期状態である。初期状態では、剛体は右方向の初期速度と時計回りの角速度を持った状態であり、この時点では剛体は鉛直不安定である。2、3では、剛体は回転しつつ落下している。4で剛体は床と衝突し、5で床からバウンドし、7で剛体は再び床と衝突している。この時点で剛体は鉛直安定となり、以降回転して8の時点で回転安定となり静止している。

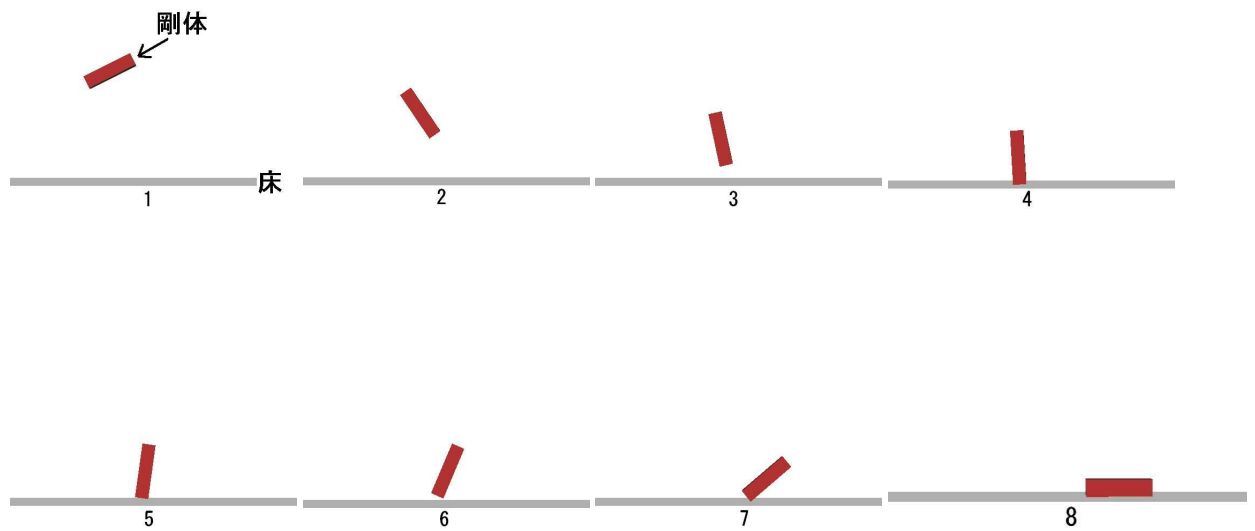


図 4.6: 1 つの剛体の床との衝突

4.3.2 鉛直不安定な剛体同士の衝突

図 4.7は、鉛直不安定な剛体が空中で衝突し、その後床と衝突して静止するまでのシミュレーション結果の画像を、時間経過にしたがって貼り付けたものである。各画像の下に数字がその画像を示す番号であり、この値の小さなものから大きなものに行くに従って、時間が経過していく様子を示している。

図 4.7において 1 は初期状態である。初期状態は、左の剛体が右方向の初期速度と、時計回りの角速度を持ち、左の剛体は左方向の初期速度と、反時計回りの角速度を持った状態である。この時点では 2 つの剛体は共に鉛直不安定である。3 で、2 つの剛体が衝突し、5 で衝突後に 2 つの剛体が離れている。7 で、2 つの剛体が床と衝突し、8 では、2 つの剛体が床との衝突後にバウンドしている。その後 10 において、2 つの剛体が再び床と衝突し、2 つとも鉛直安定となっている。11 では左の剛体が床と衝突後に回転安定となり、12 では右の剛体が床と衝突後に回転安定となり静止している。

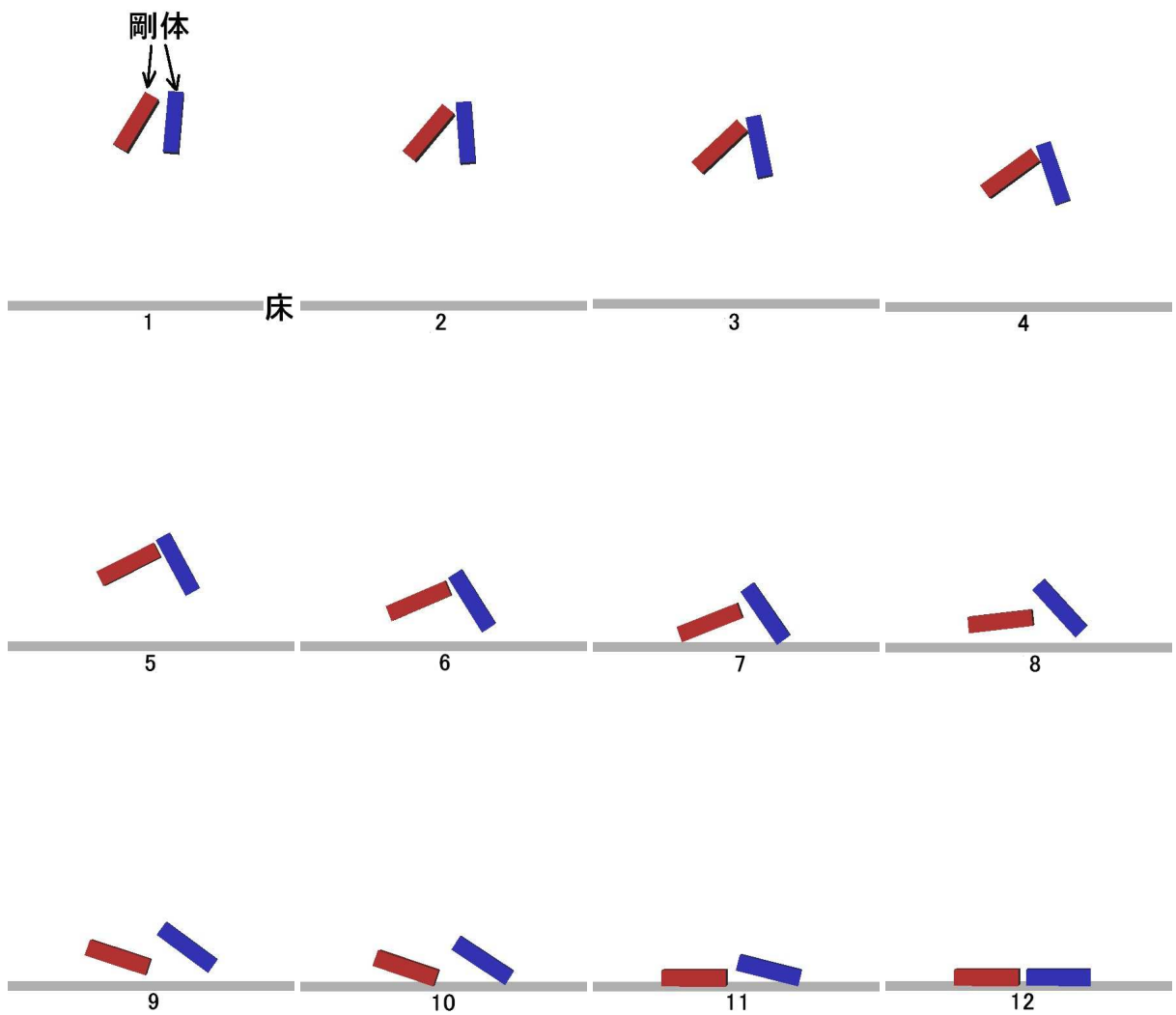


図 4.7: 鉛直不安定な剛体同士の衝突

4.3.3 鉛直安定な剛体同士の衝突

図 4.8は鉛直安定な剛体同士が衝突し、その後床と衝突して静止するまでシミュレーション結果の画像を、時間経過にしたがって貼り付けたものである。各画像の下の数字がその画像を示す番号であり、この値の小さなものから大きなものに行くに従って、時間が経過していく様子を示している。

1 は初期状態である。初期状態は 2 つの剛体とも鉛直安定である。この状態から、2 つの剛体は回転し、2 において衝突している。その後、3、4、5 で衝突しつつ回転する状態が続き、6 において 2 つの剛体は床と衝突し回転安定となり静止している。

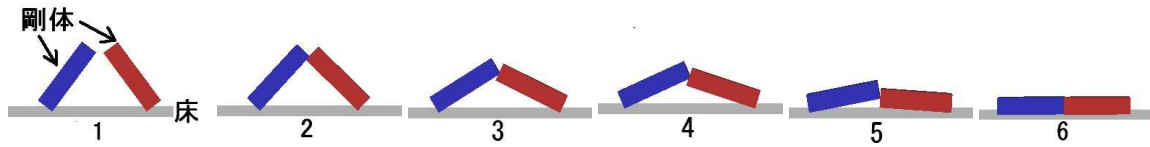


図 4.8: 回転安定な剛体と鉛直安定な剛体との衝突

4.3.4 回転安定な剛体と鉛直不安定な剛体との衝突

図 4.9, 図 4.10は、回転安定な剛体と鉛直不安定な剛体が衝突し、静止するまでのシミュレーション結果の画像を、時間経過にしたがって貼り付けたものである。各画像の下の数字がその画像を示す番号であり、この値の小さなものから大きなものに行くに従って、時間が経過していく様子を示している。また、図 4.9は衝突後に重ならない場合であり、図 4.10は衝突後に重なる場合である。

図 4.9 において、1 は初期状態である。初期状態は上の剛体は鉛直不安定である。下の剛体は回転安定であり、床上で静止している。2、3 において鉛直不安定な剛体が重力によって落下し、4 において 2 つの剛体が衝突している。5 では鉛直不安定な剛体が衝突後に衝突時の撃力の処理と、衝突を補正する処理とによって滑り落ちており、6 で床と衝突し、7 では床と衝突後に衝突時の撃力から微小に回転し、8 において鉛直安定状態となっている。以降、鉛直安定となった剛体は回転し、12 において回転安定となり静止している。

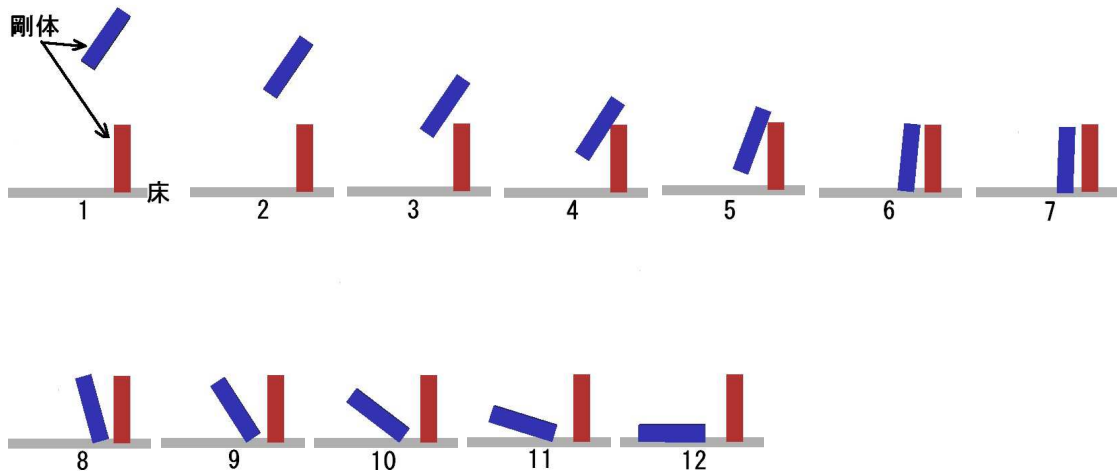


図 4.9: 衝突後に重ならない場合

図 4.10 において、1 は初期状態である。初期状態は上の剛体は鉛直不安定である。下の剛体は回転安定であり、床上で静止している。2 において、鉛直不安定な剛体が重力によって落下し、3 において回転安定な剛体の床と水平な辺に衝突している。衝突後は鉛直不安定な剛体は鉛直安定となり、6 において回転安定となり静

止している。

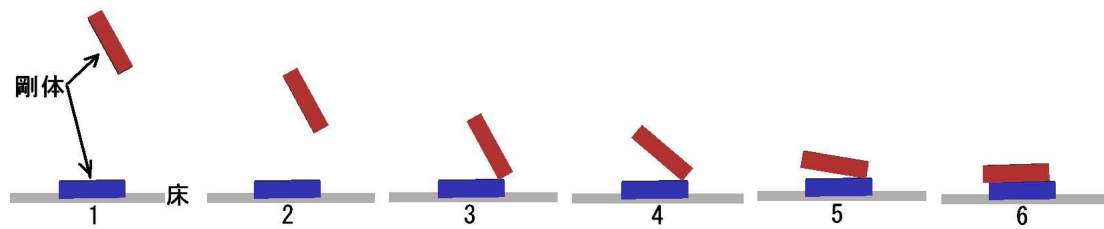


図 4.10: 衝突後に重なる場合

4.3.5 鉛直安定な剛体と鉛直不安定な剛体の衝突

図 4.11は鉛直安定な剛体と、鉛直不安定な剛体が衝突し、静止するまでのシミュレーション結果の画像を、時間経過にしたがって貼り付けたものである。各画像の下の数字がその画像を示す番号であり、この値の小さなものから大きなものに行くに従って、時間が経過していく様子を示している。

図 4.11において、1 は初期状態である。初期状態では左の剛体が鉛直安定であり、右の剛体が鉛直不安定である。鉛直不安定な剛体は左方向の初期速度を持っている。3 において、2 つの剛体が衝突し、4 で衝突後に剛体が離れている。6 で鉛直安定な剛体が回転安定となり、8 で鉛直不安定な剛体が床と接触し鉛直安定となっている。11 で鉛直安定な剛体が回転安定な剛体と衝突しその結果 2 つの剛体が静止している。

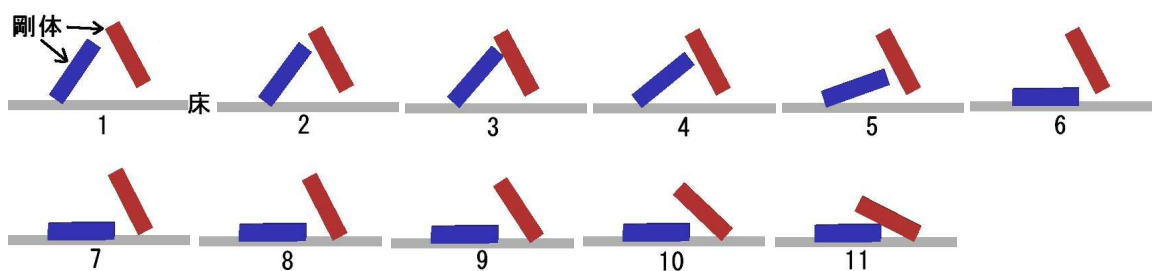


図 4.11: 鉛直安定な剛体と鉛直不安定な剛体の衝突

4.3.6 回転安定な剛体と鉛直安定な剛体との衝突

図 4.12は鉛直安定な剛体が回転安定な剛体と衝突し、回転安定な剛体の状態が移行せずに静止するまでのシミュレーション結果の画像を、時間経過にしたがって貼り付けたものである。各画像の下の数字がその画像を示す番号であり、この値の小さなものから大きなものに行くに従って、時間が経過していく様子を示している。

図 4.12において、1 は初期状態である。初期状態は、左の剛体は鉛直安定であり、右の剛体は回転安定であり、床上で静止している。2、3において、鉛直安定な剛体が回転し、4において2つの剛体が衝突し、衝突の結果2つの剛体が静止している。

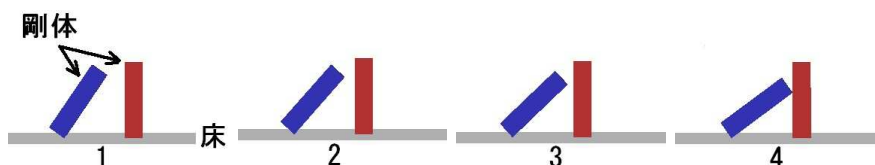


図 4.12: 回転安定な剛体と鉛直安定な剛体との衝突

4.3.7 回転安定な剛体同士の衝突

図 4.13は回転安定な剛体同士が衝突し、静止するまでのシミュレーション結果の画像を時間経過に従って、貼り付けたものである。また、図 4.14、図 4.15は2つの回転安定な剛体が重なり状態で静止しており、上に重なっている剛体が左方向に並進移動した場合のシミュレーション結果の画像を付けたものである。各画像の下の数字がその画像を示す番号であり、この値の小さなものから大きなものに行くに従って、時間が経過していく様子を示している。

図 4.13において1 は初期状態である。初期状態は2つの剛体が共に回転安定であり、左の剛体は床上で静止しており、右の剛体は左方向の初期速度を持っている。2、3で右の剛体が左方向に並進移動し、4で左の剛体と衝突している。5は衝突後の状態であり、右の剛体は衝突した地点で静止し、左の剛体は左方向に並進移動している。8で左の剛体は静止している。

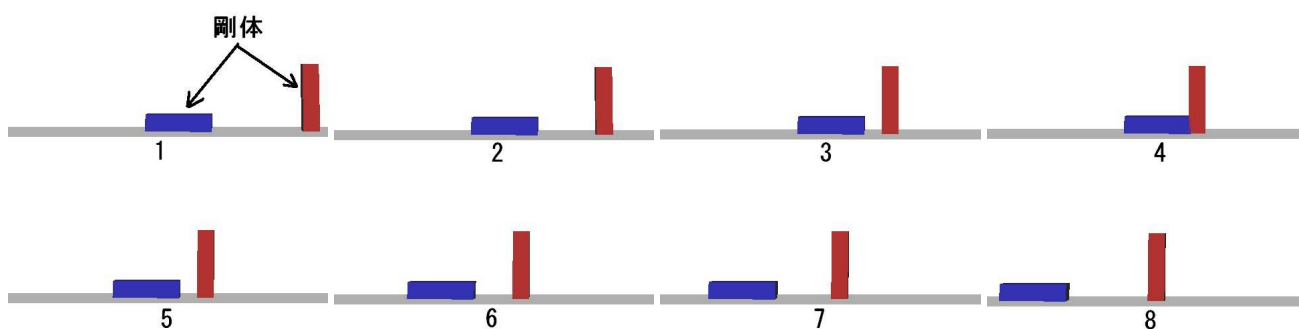


図 4.13: 重ならず衝突する場合

図 4.14において1 は初期状態である。初期状態は床上で静止している剛体の上に回転安定な剛体が重なっており、下の剛体は静止しており、上の剛体は左方向に初期速度を持っている。2で上の剛体が左方向に並進移動している。3、4で上の剛体の重心の鉛直下方に衝突点がないため、上の剛体が鉛直安定となり回

転する。その後、5で上の剛体が床と衝突し、一旦回転安定な剛体から離れるが、8で再び回転安定な剛体と衝突し、衝突の結果静止している。

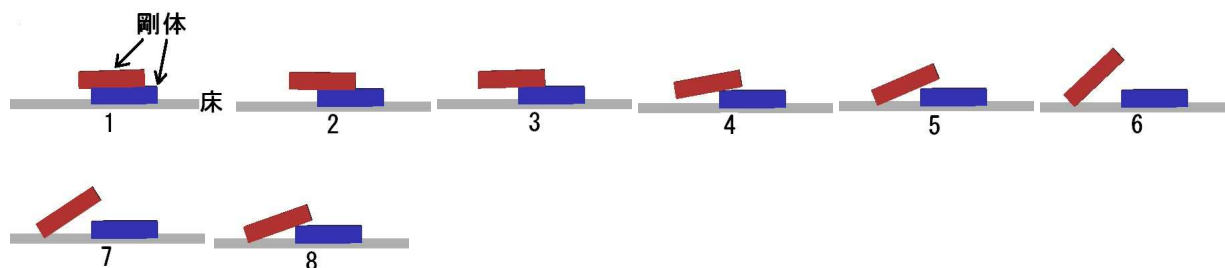


図 4.14: 上に重なっている剛体が左方向に移動する場合:1

図 4.15において1は初期状態である。初期状態は、床上で静止している剛体の上に回転安定な剛体が重なっており、下の剛体は静止している。上の剛体は左方向の初期速度を持っている。2で上の剛体が左方向に並進移動し、3で上の剛体の重心の鉛直下方に衝突点が存在しないため、上の剛体は鉛直安定となり回転する。4で上の剛体は下の剛体から離れ、鉛直不安定となる。5で上の剛体は左方向の並進運動と反時計回りの回転運動をしながら落下し、6で床と衝突して鉛直安定となっている。その後は鉛直安定な剛体が左方向の並進運動をしつつ回転運動をして、10で回転安定となり静止している。

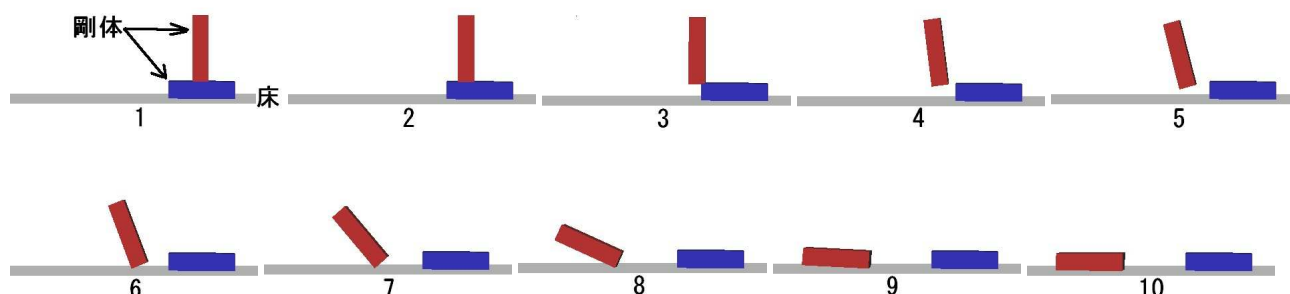


図 4.15: 上に重なっている剛体が左方向に移動する場合:2

4.4 まとめ

近年、ゲームや Web 上のコンテンツなどで剛体シミュレーションをリアルタイムに扱う需要は高まっている。剛体シミュレーションの実行において、既に静止している剛体の静止状態を維持するために、力の計算を省く手法を提案した。

この手法と撃力ベース法との速度比較において、複数の剛体が静止状態を維持するような、特定の状況のシミュレーションでは高速化が可能であることを示した。

しかしながら、本研究で提案した手法は、物理的に正確な挙動を実現できない場合がある。また、3つ以上の剛体では対応できない場合があるなど、いくつかの問題点がある。

これらの問題は剛体の静止状態の判別法について、より一般性のある手法を確立することで、解決されるのではないかと考える。

謝辞

本研究を進めるにあたり、終始ご指導をいただいた渡辺大地講師、和田篤氏に心よりの感謝の意を表します。また、研究生活において、多々お世話になりました3DCG アプリケーション構築プロジェクトの学友に深く感謝します。最後に、私を暖かく見守ってくれた両親に感謝します。

,

参考文献

- [1] M.Moor and J.Wilhelms, "Collision detection and response for computer animation," *Computer Graphics*, 22:289-298, 1988.
- [2] M.McKenna and D.Zeltzer, "Dynamic Simulation of autonomous legged locomotion", *Computer Graphics*, 24:29-38, 1990.
- [3] D.Terzopoulos, J.C.Platt, A.H.Barr and K.Fleischer, "Elastically deformable models." *Computer Graphics*, 21:205-214, 1987.
- [4] Platt,J.C and Barr, A.H, "Constraint methods for flexible models," *Computer Graphics*, 22:279-288, 1988.
- [5] Brian Mirtich, "Impulse-based Simulation of Rigid Bodies," *Symposium on Interactive 3D Graphics*, ACM Press, 1995.
- [6] Brian Mirtich, "Impulse-based Dynamic Simulation of Rigid Body Systems," PhD thesis, University of California, Berkeley, December 1996.
- [7] Eran Guendelman, Robert Bridson, and Ronald Fedkiw, "Nonconvex rigid bodies with stacking," *Computer Graphics*, 2003.
- [8] David Baraff, "Analytical methods for dynamic simulation of non-penetrating rigid bodies," in *Computer Graphics Proceedings, ACM SIGGRAPH*, 1989, vol.23, pp.223-232.
- [9] David Baraff, "An introduction to physically based modelling: Rigid Body Simulation," *SIGGRAPH'97 Course Notes*, 1997.
- [10] David Baraff, "Issues in Computing Contact Forces for Non-penetrating Rigid Bodies," *Algorithms*, 10:292-352, 1993.
- [11] David Baraff, "Fast contact force computation for nonpenetrating rigid bodies," *Computer Graphics*, 28:23-34, 1994.

- [12] David Baraff, "Interactive simulation of solid bodies", IEEE Computer Graphics and Applications,15(7):63-75, 1995.
- [13] David Baraff, "Coping with friction for non-penetrating rigid body simulation," Computer Graphics, 25(4):31-40, 1991.
- [14] David Baraff, "Curved surfaces and coherence for non-penetrating rigid body simulation," Computer Graphics, 24:19-28, 1992.
- [15] "FK Toolkit System,"
<http://www.teu.ac.jp/media/earth/FK/index.html>.